مقدمة:

يعد التفاضل أحد أهم فروع علم الرياضيات، وهو الأساس الذي بُني عليه علم التفاضل والتكامل. يهتم التفاضل بدراسة معدل تغير الدوال وكيفية سلوكها عند نقاط معينة، وذلك من خلال إيجاد مشتقة الدالة التي تعبر عن مقدار التغير اللحظي لها. وتكمن أهمية التفاضل في قدرته على وصف الظواهر المتغيرة في الطبيعة والعلوم والهندسة، مثل سرعة الأجسام، ومعدلات النمو، وتغيّر الكميات الفيزيائية بمرور الزمن. كما يُستخدم في تحليل الرسوم البيانية، وتحديد القيم العظمى والصغرى، ودراسة الانحدار ومعدلات التغير في الأنظمة المختلفة.

وقد أصبح التفاضل أداة رياضية أساسية في العديد من التطبيقات الهندسية، كتحليل الإجهاد والانفعال، وتصميم الأنظمة الكهربائية، ودراسة انتقال الحرارة والسوائل، بالإضافة إلى استخدامه في الاقتصاد والطب والعلوم الحديثة. ومن خلال فهم مبادئ التفاضل، يستطيع الطالب تحليل العلاقات المعقدة بين المتغيرات، والتنبؤ بسلوك الأنظمة المختلفة، مما يجعل التفاضل حجر الأساس في الدراسات العلمية والهندسية.

- **رموز المشتقة:**
- الدالة الاصلية $= f(x) = y$
- المشتقة الاولى $= f'(x) = y' = \frac{dy}{dx}$
- المشتقة الثانية $= f''(x) = y'' = \frac{d^2y}{dx^2}$

قواعد المشتقة :

- **مشتقة العدد الثابت (الخالي من المتغير) = صفر**

مثال : جد المشتقة : $f(x) = 5$

الجواب: $f'(x) = 0$

مثال : جد المشتقة : $f(x) = -2$

الجواب: $f'(x) = 0$

مثال : جد المشتقة : $f(x) = Z$

الجواب: $f'(x) = 0$

- **مشتقه $x^n = n\,x^{n-1}$**

مثال : جد المشتقة : $f(x) = X^2$

الجواب: $f'(x) = 2\,X$

مثال : جد المشتقة : $f(x) = X^{-4}$

الجواب: $f'(x) = -4\,X^{-5}$

مثال : جد المشتقة : $f(x) = X^7$

الجواب: $f'(x) = 7\,X^6$

م.م. علاء المساعد

- مشتقه $\mathbf{mnx^{n-1} = mx^n}$

$f'(x) = n * m\, x^{n-1}$

مثال : جد المشتقة : $f(x) = 3\,X^2$

الجواب: $f'(x) = 6\,X$

مثال : جد المشتقة : $f(x) = 5X^{-4}$

الجواب: $f'(x) = -20\,X^{-5}$

مثال : جد المشتقة : $f(x) = -3X^7$

الجواب: $f'(x) = -21\,X^6$

- مشتقه دالة كثيرة الحدود = مشتقة كل حد على حدى

مثال: جد $f'(x)$ للدالة $f(x) = x^4 - 3x^3 + x^2 + 2x - 3$

الجواب:

$f'(x) = 4x^3 - 9x^2 + 2x + 2$

مثال: جد y' للدالة $y = x^{-4} - 3x^{-3} - 3$

الجواب:

$y' = -4\,x^{-5} + 9x^{-4}$

مثال/ جد $\frac{dy}{dx}$ للدالة $y = x^{\frac{1}{2}} - 3x^{\frac{1}{3}} - \frac{5}{4}$

الجواب:

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}\,x^{-\frac{1}{2}} - x^{-\frac{2}{3}}$

- **مشتقه ضرب دالتين (وجود قوسين او وجود متغيرين بينهما ضرب) :**

$f'(x)$ = (الاولى نفسها) (مشتقة الثانية) + (الثانية نفسه ا) (مشتقة الاولى)

مثال: جد y' للدالة $y = (x^2 + 3)(2x^2 + x)$

الجواب:

$$y' = (x^2 + 3)(4x + 1) + (2x^2 + x)(2x)$$

مثال: جد y' للدالة $y = (x^2)(x^3 + 1)$

الجواب:

$$y' = (x^2)(3x^2) + (2x)(x^3 + 1)$$

- **مشتقه قسمة دالتين (وجود كسر في الدالة):**

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(\text{مشتقة المقام})(\text{البسط نفسه}) - (\text{مشتقة البسط})(\text{المقام نفسه})}{(\text{المقام نفسه})^2}$$

مثال/ جد $\frac{dy}{dx}$ للدالة $y = \frac{4x^3+x}{2x^2-2x}$

الجواب:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(2x^2-2x)(12x^2+1)-(4x^3+x)(4x-2)}{(2x^2-2x)^2}$$

مثال/ جد $\frac{dy}{dx}$ للدالة $y = \frac{x+1}{x^2-2}$

الجواب:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(x^2-2)(1)-(2x)(x+1)}{(x^2-2)^2}$$

- **مشتقه دالة الدالة (وجود كسر او وجود جذر او وجود قوس مرفوع الى اس):**

$y' = n\ (\text{الدالة})^{n-1}\ (\text{مشتقه الدالة})$

ملاحظة: اذا جاء في السؤال جذر يجب ان نحوله الى الصيغة الاسية ثم نشتقه وحسب القاعدة

$$\sqrt[\text{دليل}]{(\text{دالة})^{\text{اس}}} = (\text{الدالة})^{\frac{\text{الاس}}{\text{الدليل}}}$$

مثال/ جد $f'(x)$ للدالة $f(x) = 4(x^2 + 2x - 1)^3$

الجواب:

$$f'(x) = 12(x^2 + 2x - 1)^2(2x + 2)$$

مثال / جد y' للدالة $y = \sqrt[3]{x^2 + 3x}$

الجواب:

$$y = (x^2 + 3x)^{\frac{1}{3}}$$

$$y' = \frac{1}{3}(x^2 + 3x)^{\frac{-2}{3}}(2x + 3)$$

ملاحظة : اذا جاء في السؤال كسر والبسط عدد ثابت والمقام قوس مرفوع الى اس يجب ان نحوله الى البسط ونغير اشارة الاس ثم نشتقه بقاعدة دالة الدالة

مثال/ جد $\frac{dy}{dx}$ للدالة $y = \frac{3}{(x^2-2x)^{-2}}$

الجواب:

$$y = 3(x^2 - 2x)^2$$

$$\frac{dy}{dx} = 6(x^2 - 2x)(2x - 2)$$

م. علاء المساعد

المشتقة بواسطة التعريف القانون :

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

مثال: جد المشتقة للدالة $f(x) = x^2 - 3x - 2$ بواسطة التعريف:

الجواب:

$$f(x) = x^2 - 3x - 2$$

$$f(x+h) = (x+h)^2 - 3(x+h) - 2$$

$$f(x+h) = x^2 + 2hx + h^2 - 3x - 3h - 2$$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{x^2+2hx+h^2-3x-3h-2-(x^2-3x-2)}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{x^2+2hx+h^2-3x-3h-2-x^2+3x+2}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{2hx+h^2-3h}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{h(2x+h-3)}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} 2x + h - 3$$

$$f'(x) = 2x + 0 - 3$$

$$f'(x) = 2x - 3$$