اللوغارتم الطبيعي

- **اولا: مشتقة Ln**

$$f(x) = ln\ (\text{دالة}) \quad \rightarrow f'(x) = \frac{\text{مشتقة الداله}}{\text{الداله نفسها}}$$

سؤال: اذا كان $f(x) = ln\left|x^5 + 2\right|$ فأوجد $f'(x)$

Sol: $f'(x) = \frac{5x^4}{x^5+2}$

سؤال: اذا كان $f(x) = ln\left|cosx\right|$ فأوجد $f'(x)$

Sol: $f'(x) = \frac{-sinx}{cosx}$

سؤال: اذا كان $f(x) = ln\left|sin4x\right|$ فأوجد $f'(x)$

Sol: $f'(x) = \frac{4cos4x}{sin4x}$

- **ثوابت حفظ**

ln 1 = 0 , ln e = 1

- **خواص Ln**

$ln\ xy = ln\ x + ln\ y$,

$ln\ \frac{x}{y} = ln\ x - lny$

$ln\ x^a = a\ ln\ x$

$ln\ e^x = x$

- **ثانيا:** مشتقه e^n

$$f(x) = e^u \quad \rightarrow \quad f'(x) = u' e^u$$

Ex: $f(x) = e^{2x}$

$f'(x) = 2e^{2x}$

Ex: $f(x) = e^{x^2}$

$f'(x) = 2x\, e^{x^2}$

Ex: $f(x) = e^{\tan x}$

$f'(x) = e^{\tan x} \cdot \sec^2 x$

Ex: $f(x) = e^{2x+1}$

$f'(x) = 2\, e^{2x+1}$

Ex: $f(x) = e^{(5x+1)^2}$

$f'(x) = 2(5x+1) * 5\ e^{(5x+1)^2}$

$f'(x) = 10(5x+1)\, e^{(5x+1)^2}$

$f'(x) = (50x+10)\, e^{(5x+1)^2}$

- $e^{\ln x} = x$
- $e^0 = 1$

ثوابت حفظ

م.م. علاء المساعد

اللوغارتم الاعتيادي (Log)

$$f(x) = Log_a^u \quad \rightarrow \quad f'(x) = \frac{1}{u Ln\, a} u'$$

- **بعض خصائص اللوغارتمات:**

$$Log_a(x\,y) = Log_a\, x + Log_a\, y$$

$$Log_a\left(\frac{x}{y}\right) = Log_a\, x - Log_a\, y$$

$$Log_a\, x^n = n\, Log_a\, x$$

$$Log_a^a = 1$$

$$Log_a\, x = \frac{\ln x}{\ln a}$$

سؤال: اذا كان $f(x) = Log_4\, 3x$ فأوجد $f'(x)$

$$f'(x) = \frac{1}{3x Ln\, 4} * 3$$

سؤال: اذا كان $f(x) = Log_5^{(x^2+5x)}$ فأوجد $f'(x)$

$$f'(x) = \frac{1}{(x^2+5x)\, Ln\, 5} * (2x+5)$$

م.م. علاء المساعد

سؤال: اذا كان $f(x) = Log_2^{(sinx)}$ فأوجد $f'(x)$

$$f'(x) = \frac{1}{(sinx)\ Ln\ 2} * (cosx)$$

سؤال: اذا كان $f(x) = Log_7^{(cos3x)}$ فأوجد $f'(x)$

$$f'(x) = \frac{1}{(cos3x)\ Ln7} * (-3sin3x)$$

سؤال: اذا كان $f(x) = Log_9^{x}$ فأوجد $f'(x)$

$$f'(x) = \frac{1}{(x)\ Ln\ 9} * (1)$$

سؤال: اذا كان $f(x) = Log_8^{(tanx)}$ فأوجد $f'(x)$

$$f'(x) = \frac{1}{(tanx)\ Ln8} * (sec^2x)$$

سؤال: اذا كان $f(x) = Log_9^{secx}$ فأوجد $f'(x)$

$$f'(x) = \frac{1}{(secx)\ Ln\ 9} * (tanx\ .\ secx)$$

تفضل الدالة الاسية a^u :

المشتقة: $f'(x) = a^u \cdot u' \cdot \ln a$

Ex: $f(x) = 3^{2x-5}$

$f'(x) = 3^{2x-5} \cdot (2) \cdot \ln 3$

$= (2 \ln 3) \cdot 3^{2x-5}$

Ex: $f(x) = 9^{\sqrt{x}}$

$f'(x) = 9^{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \ln 9$

$f'(x) = \frac{\ln 9}{2\sqrt{x}} 9^{\sqrt{x}}$

Ex: $f(x) = 7^{\frac{-x}{4}}$

$f'(x) = 7^{\frac{-x}{4}} \cdot (\frac{-1}{4}) \cdot \ln 7$

Ex: $f(x) = 5^{\sin x}$

$f'(x) = 5^{\sin x} \cdot \cos x \cdot \ln 5$

Ex: $f(x) = 2^{\tan x}$

$f'(x) = 2^{\tan x} \cdot \sec^2 x \cdot \ln 2$

م.م. علاء المساعد

دوال القطع الزائد (Hyperbolic Functions)

هي دوال تشبه جدًا الدوال المثلثية (مثل sin و cos) ولكن بدل أن تعتمد على دائرة الوحدة تعتمد على القطع الزائد (Hyperbola). وتظهر كثيرًا في حساب التفاضل والتكامل، والفيزياء، والمعادلات التفاضلية.

أهم دوال القطع الزائد:

- **f(x) = sin h** *الزاوية* → $f'(x)$ = *مشتقه الزاوية* . **cos h** *نفس الزاوية*
- **f(x) = cos h** *الزاوية* → $f'(x)$ = *مشتقه الزاوية* . **sin h** *نفس الزاوية*
- **f(x) = tan h** *الزاوية* → $f'(x)$ = *مشتقه الزاوية* . **sech²** *نفس الزاوية*

$$\sin h\, x = \frac{e^{x} - e^{-x}}{2}$$

$$\sin h\, x = \frac{e^{x} + e^{-x}}{2}$$

$$\tan h\, x = \frac{\sin h\, x}{\cos h\, x}$$

مثال: جد $f'(x)$ للدالة : $f(x) = sinh\ x$

الجواب:

$$f'(x) = cosh\ x$$

مثال: جد y' للدالة : $y = cosh\ x$

الجواب:

$$y'(x) = sinh\ x$$

مثال/ اذا كانت $y = tanhx$ فجد y'

الجواب:

$$y' = sech^2\ x$$

مثال: جد $f'(x)$ للدالة : $f(x) = sinh3\ x$

الجواب:

$$f'(x) = 3cosh\ x$$

مثال: جد y' للدالة : $y = cosh\ x^2$

الجواب:

$$y'(x) = 2x\ sinh\ x$$

مثال/ اذا كانت $y = \tanh(2x + 2)$ فجد y'

الجواب:

$$y' = 2sech^2\ (2x + 2)$$

م.م. علاء المساعد