القيمة المطلقة: لقيمة المطلقة لعدد حقيقي هي المسافة بين هذا العدد والصفر على خط الأعداد، وهي دائمًا كمية غير سالبة ولا تتأثر بإشارة العدد (موجب أو سالب).

بعبارة أخرى: القيمة المطلقة تعبّر عن مقدار العدد فقط دون اتجاهه.

التعريف الرياضي العام:

اذا كان عدد حقيقا فان:

$$|X| = \sqrt{X^2}$$

كما تعرف ايضا تعريفا تجزيئيا :

$$|X| = \begin{cases} X & \text{if } x \geq 0 \\ X & \text{if } x < 0 \end{cases}$$

امثلة: $|-3.2| = 3.2$ ، $|0| = 0$ ، $|5| = 5$ ، $|-5| = 5$

- التفسير الهندسي: القيمة المطلقة تمثل طول القطعة المستقيمة بين النقطة التي تمثل العدد (X) و والصفر على خط الأعداد، لذلك:

اولا: لا يمكن أن تكون سالبة.

ثانيا: تكون صفرًا فقط عندما يكون العدد نفسه صفرًا.

- التفسير الفيزيائي: في الفيزياء، القيمة المطلقة تعبّر عن المقدار (*Magnitude*) مثل:

المسافة دون الاتجاه ، السرعة دون الاتجاه ، الشدة دون الإشارة

- التعميم الرياضي:

اولا: المستوى الإحداثي: المسافة بين نقطتين تستخدم القيمة المطلقة.

ثانيا: الفضاءات المتجهة : تُعمم القيمة المطلقة إلى ما يسمى المعيار (*Norm*).

ثالثا: الأعداد المركبة: القيمة المطلقة تمثل طول المتجه في المستوى المركب.

م.م. علاء المساعد

المتباينات:

أولا: تعريف المتباينات:

المتباينة هي علاقة رياضية تُبيّن أن قيمة عدد أو تعبير جبري أكبر أو أصغر من عدد آخر، باستعمال رموز المقارنة. رموز المتباينات (< ، > ، ≤ ، ≥)

مثلا:

$a < b$ يعني ان b أكبر من a

$a > b$ يعني ان a أكبر من b

$a \leq b$ يعني ان b أكبر أو تساوي a

$a \geq b$ يعني ان a أكبر أو تساوي b

ثانيًا: حل المتباينات الجبرية

نحل المتباينة مثل المعادلة مع الانتباه لقاعدة مهمة:

قاعدة أساسية :

عند الضرب أو القسمة بعدد سالب يجب قلب إشارة المتباينة.

مثال:

$-3x \leq 6$

$x \geq -2$

ثالثا: أنواع المتباينات

- متباينة بسيطة:

مثل $x > 4$

- متباينة مركبة (مزدوجة):

مثل $-2 < x \leq 3$

رابعا: المتباينات مع القيمة المطلقة

الحالة الاولى: $|x| < a$

تعني: المسافة بين x والصفر أقل من a

$$|x| < a \quad \rightarrow \quad -a < x < a$$

مثال: $|x| < 5$

$$|x| < 5 \quad \rightarrow \quad -5 < x < 5$$

الحالة الثانية: $|x| \leq a$

$$|x| \leq a \quad \rightarrow \quad -a \leq x \leq a$$

مثال: $|x| < 5$

$$|x| \leq 5 \quad \rightarrow \quad -5 \leq x \leq 5$$

الحالة الثالثة: $|x| > a$

تعني: المسافة بين x والصفر أكبر من a

$$|x| > a \quad \rightarrow \quad x>a \quad \text{او} \quad x < -a$$

الحالة الرابعة: $|x| \geq a$

$$|x| \geq a \quad \rightarrow \quad x \geq a \quad \text{او} \quad x \leq -a$$

ملاحظة: في مجموعة الحل اولا: نضع ( ) اذا كان > او <

ثانيا: نضع [ ] اذا كان ≤ او ≥

م.م. علاء المساعد

سؤال: حل المتباينة الاتية: $2x + 1 > 2$

الجواب:

$2x + 1 > 2$

$2x + 1 - 1 > 2 - 1$

$2x > 1$

$x > \frac{1}{2}$

مجموعة الحل: $s = \{ x : x > \frac{1}{2} \} = (\frac{1}{2} , \infty)$

سؤال: حل المتباينة الاتية: $1 - 3x > 2$

الجواب:

$1 - 3x > 2$

$1 - 3x - 1 > 2 - 1$

$-3x > 1$

$x < \frac{-1}{3}$

مجموعة الحل: $s = \{ x : x > \frac{-1}{3} \} = (-\infty , \frac{-1}{3})$

سؤال: حل المتباينة الاتية: $\frac{x}{3} + 2x > 1 - x$

الجواب:

نضرب المعادلة ب 3

$x + 6x > 3 - 3x$

$7x > 3 - 3x$

$7x + 3x > 3$

$10x > 3$

$x > \frac{3}{10}$

مجموعة الحل: $s = \{ x : x > \frac{3}{10} \} = (\frac{3}{10} , \infty)$

سؤال: حل المتباينة الاتية: $\frac{x-1}{6} \geq x - \frac{2x}{3} + 2$

الجواب:

نضرب المعادلة ب 6

$x - 1 \geq 6x - 4x + 12$

$x - 6x + 4x \geq 1 + 12$

$-x \geq 13$ نقسم على سالب واحد

$x \leq -13$ ملاحظة عند الضرب او القسمة بعدد سالب علامة الاكبر والاصغر

مجموعة الحل: $s = \{ x : x \leq 13 \} = (-\infty, -13]$

سؤال: جد مجموعة حل المتباينة: $-11 \leq 2x - 3 \leq 7$

الجواب:

نضيف الرقم الى 3 الى الطرفين

$-11 + 3 \leq 2x - 3 + 3 \leq 7 + 3$

$-8 \leq 2x \leq 10$

ثالثا: نقسم على 2

$-4 \leq x \leq 5$

مجموعة الحل:

$s = \{ x : -4 \leq x \leq 5 \} = [-4, 5]$

سؤال: حل المتباينة الاتية: $|2x-1| \leq 5$

الجواب:

اولا نحول الى الشكل :

$$-5 \leq 2x-1 \leq 5$$

ثانيا: نضيف الرقم الى 1 الى الطرفين

$$1-5 \leq 2x \leq 5+1$$

$$-4 \leq 2x \leq 6$$

ثالثا: نقسم على 2

$$-2 \leq x \leq 3$$

مجموعة الحل: $x \in [-2, 3]$

سؤال: حل المتباينة الاتية: $|3x-2| \leq 7$

الجواب:

اولا نحول الى الشكل :

$$-7 \leq 3x-2 \leq 7$$

ثانيا: نضيف الرقم الى 2 الى الطرفين

$$2-7 \leq 3x \leq 7+2$$

$$-5 \leq 3x \leq 9$$

ثالثا: نقسم على 3

$$-\frac{5}{3} \leq x \leq 3$$

مجموعة الحل: $x \in [-\frac{5}{3}, 3]$

م.م علاء المساعد

سؤال: حل المتباينة الاتية: $|x + 2| \geq 8$

الحل:

الحالة الثانية:

$x + 2 \geq 8$

$x \geq 8 - 2$

$x \geq 6$

$x \in [6 , \infty)$

الحالة الثانية:

$x + 2 \leq -8$

$x \leq -8 - 2$

$x \leq -10$

$x \in (-\infty , -10]$

مجموعة الحل: $(-\infty , -10] \cup [6 , \infty)$

سؤال: حل المتباينة الاتية: $|x - 1| > 2$

الحالة الاولى:

$x - 1 > 2$

$x > 3$

$x \in (3, \infty)$

الحالة الثانية:

$x - 1 < -2$

$x < -1$

$x \in (-\infty, -1)$

مجموعة الحل: $(-\infty , -1) \cup (3 , \infty)$

م.م. علاء المساعد

معكوس الدالة

اذا كانت $f: A \rightarrow B$ دالة في مجالها A

تعرف الدالة العكسية f^{-1} التي مجالها B ومجالها المقابل A والتي نحصل عليها من اتجاه السهم بالنسبة للدالة f

$F^{-1} : B \rightarrow A$

مثال: جد معكوس الدالة $f(x) = 5x + 2$؟

الحل:

اولا نضع $y = f(x)$

$y = 5x + 2$

$5x = y - 2$

$X = \frac{y-2}{5}$

ثانيا: نضع $x = f^{-1}(y)$

$f^{-1}(y) = \frac{y-2}{5}$

ثالثا: نضع $y = x$

$f^{-1}(x) = \frac{x-2}{5}$

م.م. علاء المساعد

مثال: جد معكوس الدالة $f(x) = \frac{x-2}{x-3}$؟

الحل:

اولا نضع $y = f(x)$

$$y = \frac{x-2}{x-3}$$

$$y(x-3) = x - 2$$

$$yx - 3y = x - 2$$

$$yx - x = 3y - 2$$

$$x(y - 1)\ 3y - 2$$

$$X = \frac{3y-2}{y-1}$$

ثانيا: نضع $x = f^{-1}(y)$

$$f^{-1}(y) = \frac{3y-2}{y-1}$$

ثالثا: نضع $y = x$

$$f^{-1}(x) = \frac{3x-2}{x-1}$$

م.م. علاء المساعد

الدالة الفردية والدالة الزوجية:

- تسمى الدالة زوجية اذا تحققت الشروط

$$f(-x) = f(x)$$

- تسمى الدالة فردية اذا تحققت الشروط

$$f(-x) = -f(x)$$

سوال: هل الدول الاتية زوجية ام فردية؟

1- $f(x) = x^4 + x^2 + 5$

$f(-x) = (-x)^4 + (-x)^2 + 5$

$f(-x) = x^4 + x^2 + 5$

$f(-x) = f(x)$

اذن الدالة زوجية

2- $f(x) = x^3 + x$

$f(-x) = (-x)^3 + (-x)$

$f(-x) = -x^3 - x$

$f(-x) = -f(x)$

اذن الدالة فردية

م.م. علاء المساعد

3- $f(x) = \sin x$

$f(-x) = \sin(-x)$

$f(-x) = -\sin x$

$f(-x) = -f(x)$

اذن الدالة فردية

4- $f(x) = \tan x$

$f(-x) = \tan(-x)$

$f(-x) = -\tan x$

$f(-x) = -f(x)$

اذن الدالة فردية

5- $f(x) = \cos x$

$f(-x) = \cos(-x)$

$f(-x) = \cos x$

$f(-x) = f(x)$

اذن الدالة زوجية

م.م. علاء المساعد