

أولا) مقاييس النزعة المركزية (Measures of Central Tendency)

بعد عملية جمع البيانات وتبويبها وعرضها في جداول بيانية فيجب بعدها دراسة خصائص البيانات واستخلاص النتائج باستخدام مجموعة من المقاييس ومنها النزعة المركزية وهي تعني ميل المفردات او المشاهدات نحو التمرکز او التجمع حول قيمة رقمية معينة في التوزيع التكراري وبالتالي فان هذه القيمة التي تتمركز حولها البيانات تكون ممثلة لباقي القيم ووسيلة لوصف البيانات ولإظهار الخصائص المهمة للظاهرة المرصودة من قبل الباحث.

هناك عدة مقاييس خاصة بقياس النزعة المركزية للبيانات حول الاحداث او الظواهر وفيما يأتي اهم هذه المقاييس من حيث خصائصها وطريقة حسابها: -

١- الوسط الحسابي (The Mathematician Mean)

ويسمى أيضا بالمتوسط الحسابي وهو اكثر أنواع المقاييس استخداما ويعرف على انه متوسط القيم لمتغير ما وهي القيمة الناتجة من قسمة مجموع القيم على عددها ويرمز له بالرمز $\bar{X}$ ويقرا (اكس بار) وهناك طرق لحسابه حسب نوع البيانات وهي: -

أ- البيانات غير المبوبة: اذا كان لدينا (n) من القيم او المشاهدات ($X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$) فان الوسط الحسابي لها هو: -

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \quad \dots\dots\dots (1)$$

مثال / إذا كانت اعمار معلمين في مدرسة معينة كالآتي 20, 22, 23, 30, 35 ما هو المتوسط الحسابي لأعمار المعلمين في تلك المدرسة؟

الحل: -

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^5 X_i}{5} = \frac{20+22+23+30+35}{5} = \frac{130}{5} = 26$$

أي ان متوسط اعمار المعلمين في تلك المدرسة هو 26 سنة.

ب- البيانات المبوبة: وهي على نوعين: -

- بيانات مبوبة حسب القيم وتكراراتها وتحسب من القانون التالي: -

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i X_i}{\sum_{i=1}^n f_i} = \frac{f_1 X_1 + f_2 X_2 + \dots + f_n X_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n} \quad \dots\dots\dots (2)$$

حيث ان: -

$$\sum_{i=1}^n fiXi = \text{هو مجموع حاصل ضرب القيمة في تكرارها.}$$

$$\sum_{i=1}^n fi = \text{مجموع التكرارات.}$$

مثال/ جد الوسط الحسابي للقيم في الجدول التالي

القيم (Xi)	تكرارها (fi)
10	2
15	5
20	3
30	1

الحل: -

نوجد حاصل ضرب القيمة في تكرارها ونضعها في عمود يضاف للجدول ونوجد مجموع التكرارات ومجموع القيمة في تكرارها ونضعها في نهاية الجدول وكما مبين كالآتي: -

القيم (Xi)	تكرارها (fi)	fi * Xi
10	2	2×10= 20
15	5	5×15= 75
20	3	3×20= 60
30	1	1×30= 30
المجموع	11	185

نعوض في القانون: -

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n fiXi}{\sum_{i=1}^n fi} = \frac{185}{11} = 16.8$$

- بيانات مبوبة حسب الفئات وتكراراتها لحساب الوسط الحسابي في هذه الحالة نتبع الآتي: -

- ١- نحسب ونحدد مراكز الفئات.
- ٢- ضرب كل مركز فئة بمقدار تكرارها.
- ٣- تقسيم (حاصل ضرب مركز كل فئة في تكرارها) على (مجموع التكرارات).

مثال/ جد الوسط الحسابي للقيم في الجدول الاتي:

الفئات	التكرار f_i
31 – 40	1
41 – 50	2
51 – 60	5
61 – 70	15
71 – 80	25
81 – 90	20
91 – 100	12

الحل: -

- نوجد مجموع التكرارات.
- نوجد مراكز الفئات حسب القانون التالي مركز الفئة = $\frac{\text{الحد الاعلى} + \text{الحد الادنى}}{2}$ بالنسبة لهذا الجدول ونضعها في عمود
- يضاف للجدول.
- نوجد حاصل ضرب مراكز الفئات في تكراراتها ونحسب مجموعها ونضعها في عمود يضاف للجدول

مركز الفئة × التكرار	مراكز الفئات	التكرار f_i	الفئات
35.5	35.5	1	31 – 40
91	45.5	2	41 – 50
277.5	55.5	5	51 – 60
982.5	65.5	15	61 – 70
1887.5	75.5	25	71 – 80
1710	85.5	20	81 – 90
1146	95.5	12	91 – 100
$\sum f_i X_i = 6130$		$\sum f_i = 80$	المجموع

نحسب الوسط الحسابي من القانون الاتي: -

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i X_i}{\sum_{i=1}^n f_i} = \frac{6130}{80} = 76.62$$

خواص الوسط الحسابي: -

- ١- قيمة الوسط الحسابي تتأثر بشكل كبير بقيم المشاهدات المتطرف الكبيرة منها والصغيرة وبالتالي فان الوسط الحسابي قد لا يكون معبرا بشكل حقيقي عن متوسط قيم المشاهدات بسبب القيم المتطرفة.
- ٢- مجموع انحرافات القيم عن توسطها الحسابي يساوي صفرا.

أي ان: -

- بالنسبة للبيانات غير مبوبة: -

$$\sum (X_i - \bar{X}) = 0$$

- بالنسبة للبيانات المبوبة: -

$$\sum f_i (X_i - \bar{X}) = 0$$

- ٣- إذا اضفنا عدد ثابت (K) الى كل قيمة من قيم المشاهدات فان الوسط الحسابي للقيم الجديدة يساوي الوسط الحسابي للقيم الاصلية + العدد الثابت (K). اما إذا طرحنا عدد ثابت (K) من كل قيمة من قيم المشاهدات فان الوسط الحسابي للقيم الجديدة يساوي الوسط الحسابي للقيم الاصلية - العدد الثابت (K).

مثال/ اذا كان لدينا القيم التالية $X_i = 8, 3, 2, 12, 10$ فان الوسط الحسابي

$$\bar{X}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^5 X_i}{5} = \frac{8+3+2+12+10}{5} = \frac{35}{5} = 7$$

فاذا اضفنا 3 كعدد ثابت للقيم الاصلية للمجتمع تصبح $X_i = 11, 6, 5, 15, 13$ فان الوسط الحسابي

$$\bar{X}_2 = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^5 X_i}{5} = \frac{11+6+5+15+13}{5} = \frac{50}{5} = 10$$

ويمكن حساب الوسط الحسابي مباشرة من القاعدة رقم ٣ بدون القيام بعملية الحساب وكما يلي: -

$$\bar{X}_2 = \bar{X}_1 + k = 7 + 3 = 10$$

- ٤- إذا ضربنا عدد ثابت (K) في كل قيمة من قيم المشاهدات فان الوسط الحسابي للقيم الجديدة يساوي الوسط الحسابي للقيم الاصلية $\times$ العدد الثابت (K). اما إذا قسمنا عدد ثابت (K) من كل قيمة من قيم المشاهدات فان الوسط الحسابي للقيم الجديدة يساوي الوسط الحسابي للقيم الاصلية $\div$ العدد الثابت (K).

٥- الوسط الحسابي لمجموع قيم متغيرين = مجموع الوسطين الحسابيين للمتغيرين

$$\bar{X} = \bar{Y} + \bar{Z}$$

٦- إذا كان لكل قيمة من المشاهدات () وزن يتناسب مع أهميتها فإذا رمزنا لهذه الوزن بالرمز () فإن الوسط الحسابي الموزون لهذه القيم هو: -

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i X_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \dots\dots\dots (3)$$

مثال/ القيم التالية تمثل النتائج النهائية لكل الدروس لـ ١٠٠٠ طلبة لأربعة أعوام في كلية التربية الأساسية علماً أن لكل نتيجة وزناً وأهمية أو نسبة معينة. أوجد الوسط الحسابي الموزون لنتيجة هذا الطالب للأعوام الأربعة.

الأهمية النسبية (Wi)	معدل النتيجة النهائية (Xi)	سنة النتيجة
10%	70	المرحلة الاولى
20%	60	المرحلة الثانية
30%	75	المرحلة الثالثة
40%	55	المرحلة الرابعة

الحل: - ١) نوجد حاصل ضرب معدل النتيجة النهائية في أهميتها النسبية لكل سنة من السنوات. ونضعها في عمود

٢) نوجد مجموع حاصل ضرب معدل النتيجة النهائية في أهميتها النسبية ومجموع الأهمية النسبية.

Wi × Xi	الأهمية النسبية (Wi) %	معدل النتيجة النهائية (Xi)	سنة النتيجة
700	10%	70	المرحلة الاولى
1200	20%	60	المرحلة الثانية
2250	30%	75	المرحلة الثالثة
2200	40%	55	المرحلة الرابعة
6350	100%		المجموع

اذن الوسط الحسابي أو معدل الطالب لأربع سنوات هو: -

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i X_i}{\sum_{i=1}^n w_i} = \frac{6350}{100} = 63.5\%$$