الفصل الرابع

مقاييس التشتت

Measures Of Tendency

مقدمة

لا تعد مقاييس النزعة المركزية او التمركز كافية لوصف مجموعة من البيانات وصفاً كاملاً ، أي انها لا تكفي لوصف التوزيع ومعرفة خصائصه بشيء من الدقة والتفصيل , فقد تتساوى بعض العينات في الوسط الحسابي بالرغم من اختلاف توزيع بياناتها حول مركزها (درجة تجانس البيانات). فالمجموعات الاتية ذات وسط حسابي متساو هو(6) ولكنها بلا شك تختلف عن بعضها في صفة الانتشار.

المجموعة أ	4	5	6	7	8
المجموعة ب	6	7	6	5	6
المجموعة ج	6	6	6	6	6
المجموعة د	1	11	6	5	7

ان مقياس النزعة المركزية يمثل مركز البيانات او متوسطها , لكنه لا يبين مدى انتشار أو تشتت البيانات حول هذا المقياس، ولهذا لابد من وجود مقياس آخر مع المقاييس المركزية لقياس درجة الانتشار أو التشتت في داخل هذه البيانات. وهي ما تسمى بمقاييس التشتت والتي تستخدم لمعرفة مدى انتشار او تشتت البيانات وتباينها من حيث التوزيع . ومن أهم مقاييس التشتت المعروفة هي :

1- المدى. **Range**

2- الانحراف المتوسط. **Average Deviation**

3- الانحراف المعياري. **Standard Deviation**

4- التباين. **Variance**

وسنأخذ هذه المقاييس بشيء من التفصيل لاهميتها في بحوثنا :-

أولاً : المدى Range

يعد المدى من ابسط مقاييس التشتت ويعرف بانه الفرق بين أكبر قيمة او درجة وأصغر قيمة او درجة في مجموعة البيانات .

ويمكن حساب المدى من البيانات غير المبوبة عن طريق العلاقة الاتية :-

المدى = أكبر قيمة – أصغر قيمة

مثال :

احسب المدى للبيانات التالية :

19 – 34 – 40 – 10 – 49 – 39 – 23 – 42 – 12

الحل :

أعلى قيمة هي : 49

اقل قيمة هي : 10

اذن المدى = 49 – 10 = 39

اما في حالة البيانات المبوبة فنستخدم العلاقة الآتية لحساب المدى :

المدى = الحد الأعلى للفئة الأخيرة – الحد الأدنى للفئة الأولى

مثال:

احسب المدى للدرجات في الجدول الاتي :

الفئات	5-	10-	15-	20-	30-25
التكرارات	10	15	40	20	15

الحل :

الحد الأعلى للفئة الأخيرة = 30

الحد الأدنى للفئة الأولى = 5

المدى = الحد الأعلى للفئة الأخيرة – الحد الأدنى للفئة الأولى

المدى = 30 – 5 = 25

ثانياً : الانحراف المتوسط Average Deviation

يعرف الانحراف المتوسط بأنه متوسط الانحرافات المطلقة للدرجات او البيانات عن الوسط الحسابي لهذه الدرجات او البيانات .

ونقصد بالانحراف المطلق بانه الفرق بين الدرجة والوسط الحسابي بغض النظر عن الإشارة (نعد الفرق موجبا دائما) .

يمكن حساب الانحراف المتوسط للبيانات غير المبوبة من خلال العلاقة الاتية :-

$$\text{الانحراف المتوسط} = \frac{\text{مجـ} \left| \bar{س} - س \right|}{ن}$$

اذ ان :

س = القيمة او الدرجة

$\bar{س}$ = الوسط الحسابي للقيم او الدرجات

ن = عدد القيم او الدرجات

مثال :

احسب الانحراف المتوسط للبيانات الاتية:-

4 – 8 – 5 – 6 – 9 – 4

الحل :

$$\text{نحسب } \bar{س} = \frac{4 + 9 + 6 + 5 + 8 + 4}{6} = \frac{36}{6} = 6$$

نعد الجدول الأتي :

س	$\lvert \bar{س} - س \rvert$
4	2
8	2
5	1
6	صفر
9	3
4	2
المجموع	10

$$\text{الانحراف المتوسط} = \frac{10}{6} = 1{,}67 \text{ (بعد التقريب) .}$$

ويمكن حساب الانحراف المتوسط للبيانات المبوبة من خلال العلاقة الاتية :-

$$\text{الانحراف المتوسط} = \frac{\text{مجـ} (\lvert \bar{س} - س \rvert \times ك)}{\text{مجـ } ك}$$

مثال : احسب الانحراف المتوسط للبيانات في الجدول ادناه :-

الفئات	16-	20-	24-	28-	32-36
التكرار	10	15	40	20	15

الحل :

في البداية نستخرج قيمة الوسط الحسابي لهذه البيانات (المبوبة) كما مر بنا سابقا وكما يأتي :-

الفئة	التكرار	س	س . ك
16-	10	18	180
20-	15	22	330
24-	40	26	1040
28-	20	30	600
36-32	15	34	510
المجموع	100		2150

$$\bar{س} = \frac{\text{مج س . ك}}{\text{مج ك}}$$

$$\bar{س} = \frac{2150}{100} = 21,5$$

ثم نستخرج قيمة الانحراف المتوسط , وكما في الجدول الاتي :-

ف	ك	س	| س ـ س̄ |	| س − س̄ | × ك
16-	10	18	3,5	35
20-	15	22	0,5	7,5
24-	40	26	4,5	180
28-	20	30	8,5	170
36-32	15	34	12,5	187,5
المجموع	100			580

$$\text{الانحراف المتوسط} = \frac{\text{مجـ} (| \text{سَ} - \text{س} | \times \text{ك})}{\text{مجـ ك}}$$

$$= \frac{580}{100} = 5.8$$

ثالثا : التباين والانحراف المعياري Variance& Standard Deviation

يرمز للتباين بالرمز ع^2 او S^2 , بينما يرمز للانحراف المعياري بالرمز ع او S .

ونرى في كل كتب وأدبيات الإحصاء ان الباحثين يجمعون بين الانحراف المعياري والتباين , ان سبب ذلك الجمع هو العلاقة الوطيدة بين المفهومين , اذ ان :-

الانحراف المعياري = الجذر ألتربيعي للتباين .

أو التباين = مربع الانحراف المعياري

ويعد التباين من اهم مقاييس التشتت وذلك لان انحرافات القيم او الدرجات عن الوسط الحسابي قد تكون قيما سالبة او موجبة او تكون قيمتها مساوية للصفر ، وان المجموع الجبري لهذه القيم يساوي صفر كما ذكرنا سابقا في موضوع الوسط الحسابي . اما في حالة التباين (او الانحراف المعياري) فاننا نعتمد على مربعات هذه الانحرافات , اذ تكون قيمها موجبة او تساوي صفر .

هناك طريقتان معروفتان لحساب التباين وهما :-

1- طريقة الانحرافات :-

اذ نستخدم العلاقة الاتية لحساب التباين :

$$ع^2 = \frac{مج (\overline{س} - س)^2}{ن - 1}$$

ويمكن ان نستخدم هذه العلاقة اذا كان لدينا عدد قليل من البيانات او الدرجات وتكون هذه البيانات صغيرة ، وكذلك اذا كانت قيمة الوسط الحسابي عددا صحيحا او يحوي كسرا عشريا بسيطا .

مثال :-

احسب التباين والانحراف المعياري لمجموعتي الدرجات الآتيتين :-

المجموعة	الدرجات				
أ	8	2	6	4	5
ب	4	3	5	7	6

الحل :-

- بالنسبة للمجموعة أ :

نستخرج الوسط الحسابي لدرجات المجموعة :

$$25 = 5+4+6+2+8$$

$$\text{الوسط الحسابي لدرجات المجموعة أ} = \frac{25}{5} = 5$$

من اجل حساب التباين لدرجات المجموعة (أ) نعد الجدول الاتي: