# الطرق العددية لحل المعادلات الغير خطية

## ١-طريقة تنصيف الفترات The Bisection method

لنفرض ان الفترة [a,b] معلومة وان الدالة f(x) مستمرة فيها وتحقق شرط نظرية التحليل ( نظرية القيمة الوسطى) اي ان

$$f(a)\,.f(b) < 0$$

طريقة الحل

١- نجد f(a) وf(b).
٢- نجد r= (a+b)/2 ثم نجد f(r).
٣- اذا كانت اشارات f(a) , f(r) متشابهة فان a=r
اما اذا كانت f(a) , f(r) مختلفة فان b=r
٤- نكون جدول من ست حقول

| n | a | b | r= (a+b)/2 | f(a) | f(r) |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |

٥- نوقف الحل اذا كان

اما $|b_n - a_n| \le \varepsilon$ او $|f(r_n)| \le \varepsilon$

مثال // جد جذر المعادلة $f(x) = x^2 - x - 1$ على الفترة [1,2] وبخطأ ε=0.003 بطريقة التنصيف.

الحل //

1- $f(a)=f(1)= (1)^2- 1-1 = -1$
$f(b)=f(2)= (2)^2- 2-1 = 1$

2- $r= (1+2)/2=1.5$ , $f(r)=f(1.5)= (1.5)^2- 1.5 -1 = - 0.25$

3-

| n | a | b | r= (a+b)/2 | f(a) | f(r) |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 2 | 1.5 | -1 | -0.25 (لان اشارات f(a) , f(r) متشابهة) a=r |
| 2 | 1.5 | 2 | 1.75 | -0.25 | 03125 (لان اشارات f(a) , f(r) مختلفة) b=r |
| 3 | 1.5 | 1.75 | 1.625 | -0.25 | 0.0156 b=r |
| 4 | 1.5 | 1.625 | 1.5625 | -0.25 | -0.121 a=r |
| 5 | 1.5625 | 1.625 | 1.59375 | -0.121 | -0.0537 a=r |
| 6 | 1.59375 | 1.625 | 1.6093 | -0.0537 | 0.0194 a=r |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 7 | 1.6093 | 1.625 | 1.617 | -0.0194 | -0.002 |

بما ان $|0.002| \le \varepsilon$ اذن جذر المعادلة هو $r_7=1.617$

الواجب // جد جذر المعادلة $f(x) = x^2 -2x - 1$ على الفترة $[-1,1]$ وبخطأ $\varepsilon=0.001$ بطريقة التنصيف

## ثانيا // طريقة الموقع الكاذب False position method

تعد هذه الطريقة من الطرق السريعة وذات تقارب مضمون لقيمة جذور المعادلة الغير خطية ، وهي تعتمد ايضا على نظرية المتوسط .

الاشتقاق // نفرض ان المستقيم الواصل بين النقطتين $(a, f(a)),(b,f(b))$ هو تقريب لمنحني الدالة $y= f(x)$ بخط المستقيم في الفترة $[a,b]$ وبذلك تكون نقطة تقاطع هذا المستقيم مع المحور السيني في النقطة $(c,0)$ قيمة تقريبية للجذر $\alpha$

لايجاد قيمة $c$ من معادلة الخط المستقيم الواصل بين النقطتين $(a,f(a)) ,(b,f(b))$

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_2 - y}{x_2 - x} \rightarrow \frac{f(b) - f(a)}{b-a} = \frac{f(b) - y}{b-x}$$

بما ان النقطة $(c,0)$ تقع على المستقيم لذلك فانها تحقق المعادلة

$$\frac{f(b) - f(a)}{b-a} = \frac{f(b) - 0}{b-c}$$

نضرب الوسطين في الطرفين نحصل على قانون طريقة الموضع الكاذب

$$c = b - \frac{f(b)\,(b-a)}{f(b) - f(a)}$$

طريقة الحل

١- نكون جدول من ٧ حقول

| n | a | b | F(a) | F(b) | c | F(c) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | |

٢- لحساب c نستخدم القانون

$c = b - \frac{f(b)\,(b-a)}{f(b)-f(a)}$ ثم نجد *f(c)*

٣- اذا كانت اشارة *f(a)* و *f(c)* متشابهة فان *a=c*

اذا كانت اشارة *f(a)* و *f(c)* مختلفة فان *b=c*

٤- نتوقف عن الحل اذا كان $|c_n - c_{n-1}| \le \varepsilon$ او $|f(c)| \le \varepsilon$ فان $c$ هي الجذر التقريبي المطلوب

مثال ١// جد جذور المعادلة $f(x) = x^2 + 2x - 1$ بطريقة الموقع الكاذب للفترة *[0,1]* وبمقدار خطا $\varepsilon = 0.2$ .

الحل //

١-

| n | a | b | F(a) | F(b) | c | F(c) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 1 | -1 | 2 | 0.334 | -0.22.4 a=c |
| 2 | 0.334 | 1 | -0.2204 | 2 | 0.4002 | -0.0394 a=c |
| 3 | 0.4002 | 1 | -0.0394 | 2 | 0.4188 | -0.0068 |

٢- نوجد $c$ حسب القانون $c = b - \frac{f(b)\,(b-a)}{f(b)-f(a)}$

$1\text{-}\ C=1 - \frac{2(1-0)}{2+1} = 0.334$

$2\text{-}\ C=1 - \frac{2(1-0.334)}{2+0.2204} = 0.4002$

$3\text{-}\ C=1 - \frac{2(1-0.4002)}{2+0.0394} = 0.4188$

نختبر شرط التوقف

$|c_3 - c_2| = |0.4188 - 0.4002 = |0.011| \le 0.02$

اذن جذر المعادلة هو $c_3 = 0.4188$

مثال 2// جد جذور المعادلة $f(x) = xe^{x} - 1$ بطريقة الموقع الكاذب للفترة *[0,1]* وبمقدار خطا ε=0.05 .

الحل //١-

| n | a | b | F(a) | F(b) | C | F(c) | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 1 | -1 | 0.718 | 0.368 | -0.468 | a=c |
| 2 | 0.368 | 1 | -0.468 | 0.718 | 0.504 | -0.165 | a=c |
| 3 | 0.504 | 1 | -0.165 | 0.718 | 0.548 | -0.052 | |

٢- نوجد $c$ حسب القانون $c = b - \frac{f(b)\,(b-a)}{f(b)-f(a)}$

*1- C=1 -* $\frac{1.718(1-0)}{1.718+1}$ *=0.368*

*2- C=1-* $\frac{1.718(1-0.368)}{1.718+0.468}$*=0.504*

*3- C=1-* $\frac{1.718(1-0.0.504)}{1.718+0.165}$*=0.548*

نختبر شرط التوقف

$$| c_3 - c_2 | = | 0.548 - 0.504| = |0.044 | \leq 0.05$$

اذن جذر المعادلة هو $c_3= 0.548$

الواجب //

جد جذور المعادلة $f(x) = X^{3} - 3X^{2} - X - 1$ بطريقة الموقع الكاذب للفترة *[-1,0]* وبمقدار خطا ε=0