

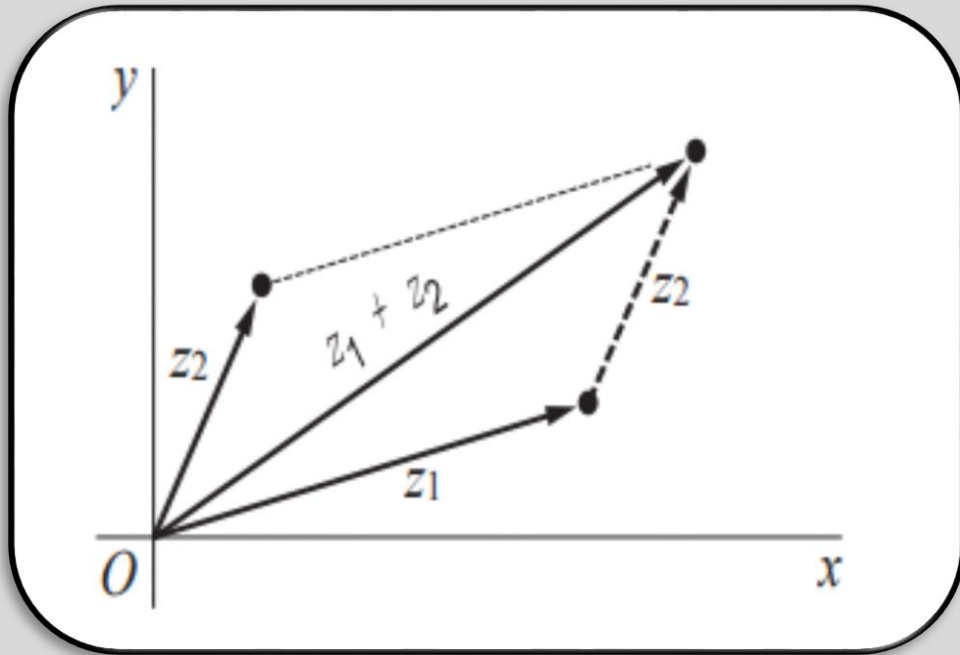


جامعة الموصل
كلية التربية الأساسية
قسم الرياضيات



محاضرات في التحليل العقدي

الصف الرابع



إعداد

د. ربيع دارغوث

2022-2021

مفردات المنهج

الفصل الاول : _ الاعداد العقدية.....1.....

- 1 (1.1) تعريف العدد المعقد 1
- 2 (2.1) جمع وطرح الاعداد المعقدة 2
- 2 (3.1) ضرب الاعداد المعقدة 2
- 3 (4.1) مرافق العدد المعقد 3
- 3 (5.1) قسمة الاعداد المعقدة 3
- 4 (6.1) خواص المرافق للعدد المعقد 4
- 8 (7.1) الاعداد العقدية كحقل 8
- 13 (8.1) القيمة المطلقة للعدد المعقد 13
- 13 (9.1) خواص القيمة المطلقة 13
- 15 (10.1) الاعداد العقدية كفضاء متري 15
- 18 (11.1) التمثيل الهندسي للعدد المعقد 18
- 19 (12.1) الصيغة القطبية للعدد المعقد 19
- 21 (13.1) إيجاد النظير الضربي للعدد المعقد باستخدام الإحداثيات القطبية 21
- 26 (14.1) مبرهنة دي موفري 26
- 26 (15.1) صيغة اويلر 26
- 27 (16.1) القوى للعدد المعقد 27
- 28 (17.1) الجذور للعدد المعقد 28

الفصل الثاني : الدوال التحليلية32.....

- 32 (1.2) المتغير المعقد 32
- 32 (2.2) الدوال المعقدة 32
- 33 (3.2) دالة وحيدة القيمة 33
- 33 (4.2) دالة متعددة القيم 33
- 33 (5.2) الدالة المتباينة 33
- 33 (6.2) الدالة العكسية 33
- 34 (7.2) الدالة المركبة 34
- 34 (8.2) الغايات 34

39	(9.2) الاستمرارية
40	(10.2) المشتقة
41	(11.2) قواعد الاشتقاق
42	(12.2) علاقة المشتقة بالاستمرارية
47	(13.2) معادلة كوشي-ريمان
48	(14.2) الدالة التحليلية
50	(15.2) الدالة الكلية
50	(16.2) النقاط الشاذة
53	(17.2) الدوال التوافقية

المصادر:

1. الدوال المعقدة وتطبيقاتها / تأليف د. سمير بشير حديد ، يحيى عبد سعيد.
2. المتغيرات المعقدة و تطبيقاتها / تأليف ر . شرشل ، جي . براون ، ر . فيري .

الفصل الاول

الاعداد العقدية

(1.1) تعريف العدد المعقد

يعرف العدد المعقد z بأنه زوج مرتب $z = (x, y)$ حيث ان x, y عددان حقيقيان ، يسمى x الجزء الحقيقي للعدد المعقد z ويرمز له $R(z)$ ويسمى y الجزء الخيالي للعدد المعقد z ويرمز له $I(z)$ أي ان:

$$z = (x, y)$$

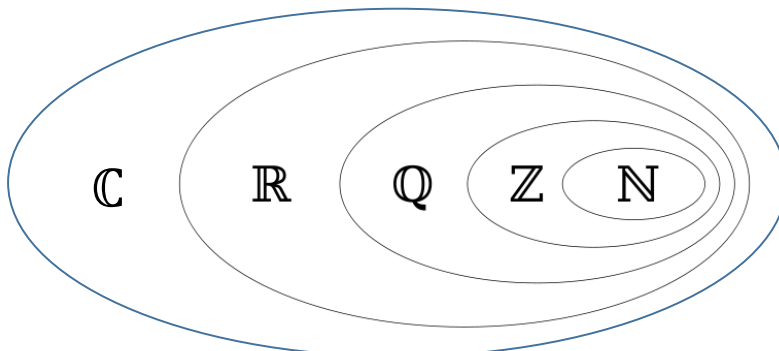
$$, y = I(z) \quad x = R(z)$$

ملاحظة:

مجموعة الاعداد الحقيقية \mathbb{R} هي مجموعة جزئية من الاعداد المعقدة \mathbb{C} أي ان $\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$ حيث ان كل عدد حقيقي هو عدد معقد وذلك عندما يكون الجزء الخيالي منه مساوي للصفر أي ان العدد المعقد $z = (x, 0)$ هو عدد معقد وهو أيضا عدد حقيقي لان $I(z) = 0$.

الازواج مرتبة $(x, 0)$ تسمى بالأعداد الحقيقية وتكتب بالصيغة x والازواج مرتبة $(0, y)$ تسمى بالأعداد الخيالية الصرفة وتكتب بالصيغة iy اي ان

$$, (0, y) = iy \quad (x, 0) = x$$



$$N \subset Z \subset Q \subset R \subset C$$

(2.1) جمع وطرح الاعداد المعقدة

إذا كان $z_1 = (x_1, y_1)$, $z_2 = (x_2, y_2)$ فإن جمع وطرح الاعداد العقدية على النحو الآتي:

$$z_1 \mp z_2 = (x_1, y_1) \mp (x_2, y_2) = (x_1 \mp x_2, y_1 \mp y_2)$$

(3.1) ضرب الاعداد المعقدة

إذا كان $z_1 = (x_1, y_1)$, $z_2 = (x_2, y_2)$ فإن عملية الضرب الاعداديين $z_1 \cdot z_2$ على النحو الآتي:

$$z_1 \cdot z_2 = (x_1, y_1) \cdot (x_2, y_2) = (x_1x_2 - y_1y_2, x_1y_2 + y_1x_2)$$

مثال (1) إذا كان $z_1 = (1, 2)$, $z_2 = (-3, 4)$ جد $z_1 + z_2$, $z_1 \cdot z_2$

الحل

$$z_1 + z_2 = (1, 2) + (-3, 4) = (1 - 3, 2 + 4) = (-2, 6)$$

$$z_1 \cdot z_2 = (1, 2) \cdot (-3, 4) = (-3 - 8, 4 - 6) = (-11, -2)$$

ملاحظة: يمكن كتابة أي عدد معقد $z = (x, y)$ بالصيغة الآتية

$$\begin{aligned} z = (x, y) &= (x, 0) + (0, y) \\ &= (x, 0) + (0, 1)(0, y) \\ &= x + iy \end{aligned}$$

حيث ان x, y عدد حقيقيان و ان $i^2 = -1$

مثال (2) جد i^3, i^4, i^5

الحل

$$i^3 = i^2 \cdot i = (-1)i = -i$$

$$i^4 = i^2 \cdot i^2 = (-1)(-1) = 1$$

$$i^5 = i^2 \cdot i^3 = (-1)(-i) = i$$

$$i^6 = ?$$

مثال (3) اكتب العدد المعقد $z = (2,5)$ بالصيغة $z = x + iy$

$$z = 2 + 5i$$

الحل

(4.1) مرافق العدد المعقد

إذا كان $z = x + iy$ فإن مرافق العدد المعقد z هو \bar{z} ويعرف كالاتي:

$$\bar{z} = x - iy$$

مثال (4) إذا كان $z = -3 + 4i$ جد \bar{z} , $z \cdot \bar{z}$

الحل

$$\bar{z} = -3 - 4i$$

$$z \cdot \bar{z} = (-3 + 4i)(-3 - 4i) = 9 - 12i + 12i + 16 = 25$$

(5.1) قسمة الأعداد المعقدة

إذا كان $z_1 = x_1 + iy_1$, $z_2 = x_2 + iy_2$ فإن عملية قسمة الأعداديين z_1/z_2 على النحو الآتي:

$$\begin{aligned} \frac{z_1}{z_2} &= \frac{x_1 + iy_1}{x_2 + iy_2} = \frac{x_1 + iy_1}{x_2 + iy_2} \left(\frac{x_2 - iy_2}{x_2 - iy_2} \right) \\ &= \frac{(x_1x_2 + y_1y_2) + (x_2y_1 - x_1y_2)i}{x_2x_2 - ix_2y_2 + ix_2y_2 - y_2y_2i^2} = \frac{x_1x_2 + y_1y_2}{(x_2)^2 + (y_2)^2} + i \frac{x_2y_1 - x_1y_2}{(x_2)^2 + (y_2)^2} \end{aligned}$$

مثال (5) إذا كان $z_2 = -3 + 4i$, $z_1 = 1 + 2i$ جد $\frac{z_1}{z_2}$

الحل

$$\begin{aligned} \frac{z_1}{z_2} &= \frac{1 + 2i}{-3 + 4i} = \frac{1 + 2i}{-3 + 4i} \left(\frac{-3 - 4i}{-3 - 4i} \right) \\ &= \frac{-3 + 8}{(-3)^2 + (4)^2} + i \frac{-6 - 4}{(-3)^2 + (4)^2} = \frac{1}{5} - \frac{2}{5}i \end{aligned}$$