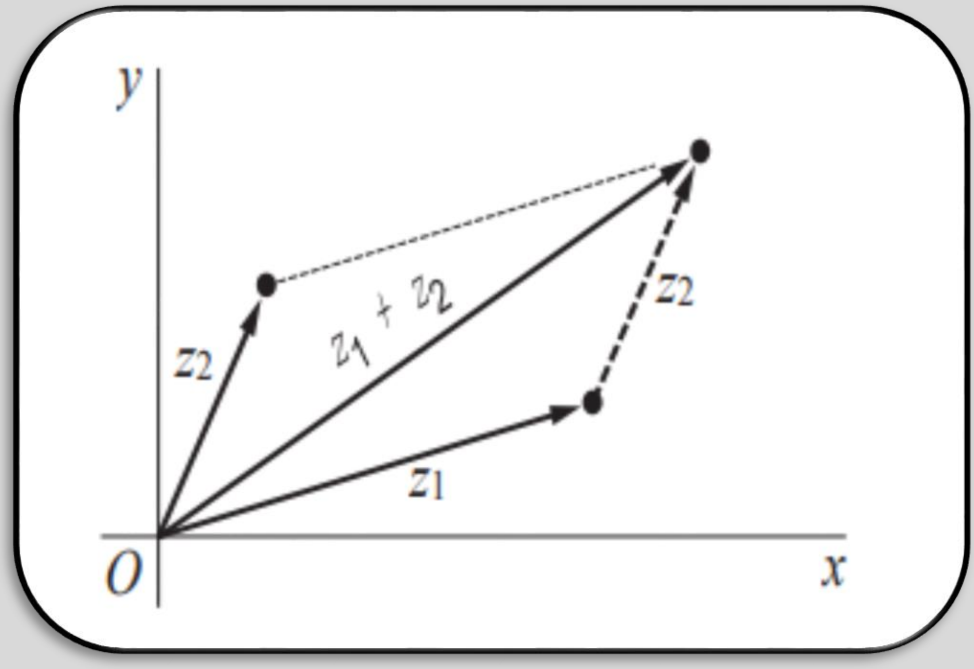
جامعة الموصل
كلية التربية الأساسية
قسم الرياضيات

محاضرات في التحليل العقدي

الصف الرابع



إعداد
د. ربيع دارغوث

2022-2021

مفردات المنهج

أعداد: د. ربيع دارغوث /جامعة الموصل/ كلية التربية الأساسية / قسم الرياضيات

<u>المصادر :</u>

1. الدوال المعقدة وتطبيقاتها / تأليف د. سمير بشير حديد ، يحيى عبد سعيد.
2. المتغيرات المعقدة و تطبيقاتها / تأليف ر . شرشل ، جي . براون ، ر. فيرى .

الفصل الاول

الاعداد العقدية

(1.1) تعريف العدد المعقد

يعرف العدد المعقد z بانه زوج مرتب $z = (x, y)$ حيث ان x, y عددان حقيقيان ، يسمى x الجزء الحقيقي للعدد المعقد z ويرمز له $R(z)$ ويسمى y الجزء الخيالي للعدد المعقد z ويرمز له $I(z)$ أي ان:

$$z = (x, y)$$

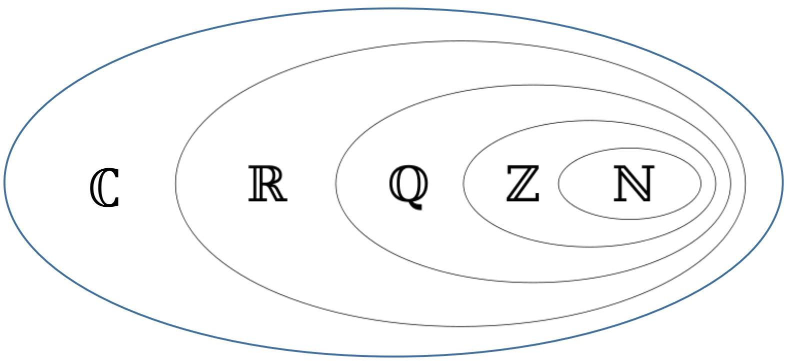
$$x = R(z) \quad y = I(z) \; ,$$

ملاحظة:

مجموعة الاعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ هي مجموعة جزئية من الاعداد المعقدة $\mathbb{C}$ أي ان $\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$ حيث ان كل عدد حقيقي هو عدد معقد وذلك عندما يكون الجزء الخيالي منه مساوي للصفر أي ان العدد المعقد $z = (x, 0)$ هو عدد معقد وهو أيضا عدد حقيقي لان $I(z) = 0$.

الازواج مرتبة $(x, 0)$ تسمى بالأعداد الحقيقية وتكتب بالصيغة x والازواج مرتبة $(0, y)$ تسمى بالأعداد الخيالية الصرفة وتكتب بالصيغة اي ان

$$(x, 0) = x \quad (0, y) = iy \; ,$$



$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$$

أعداد: د. ربيع دارغوث/ جامعة الموصل/ كلية التربية الأساسية / قسم الرياضيات

(2.1) جمع وطرح الاعداد المعقدة

اذا كان $z_1 = (x_1, y_1)$, $z_2 = (x_2, y_2)$ فأن جمع وطرح الاعداد العقدية على النحو الآتي:

$$z_1 \mp z_2 = (x_1, y_1) \mp (x_2, y_2) = (x_1 \mp x_2 \ , y_1 \mp y_2)$$

(3.1) ضرب الاعداد المعقدة

اذا كان $z_1 = (x_1, y_1)$, $z_2 = (x_2, y_2)$ فأن عملية الضرب الاعداديين $z_1 . z_2$ على النحو الآتي:

$$z_1 . z_2 = (x_1, y_1).(x_2, y_2) = (x_1 x_2 - y_1 y_2 \, , x_1 y_2 + y_1 x_2)$$

مثال (1) اذا كان $z_1 = (1,2)$, $z_2 = (-3,4)$ جد $z_1 + z_2$ ، $z_1 . z_2$

الحل

$$z_1 + z_2 = (1,2) + (-3,4) = (1 - 3 \, , 2 + 4) = (-2 \, ,6)$$
$$z_1 . z_2 = (1,2).(-3,4) = (-3 - 8 \, , 4 - 6) = (-11 \, , -2)$$

ملاحظة: يمكن كتابة أي عدد معقد $z = (x, y)$ بالصيغة الاتية

$$\begin{aligned} z = (x, y) &= (x, 0) + (0, y) \\ &= (x, 0) + (0,1)(0, y) \\ &= x + iy \end{aligned}$$

حيث ان x, y عدد حقيقيان و ان $i^2 = -1$

مثال (2) جد i^3, i^4, i^5

الحل

$$i^3 = i^2 . i = (-1)i = -i$$
$$i^4 = i^2 . i^2 = (-1)(-1) = 1$$
$$i^5 = i^2 . i^3 = (-1)(-i) = i$$
$$i^6 = ?$$

مثال (3) اكتب العد المعقد $z=(2,5)$ بالصيغة $z=x+iy$

الحل

$$z=2+5i$$

(4.1) مرافق العدد المعقد

اذا كان $z=x+iy$ فأن مرافق العدد المعقد z هو $\overline{z}$ ويعرف كالاتي:

$$\overline{z}=x-iy$$

مثال (4) اذا كان $z=-3+4i$ جد $\overline{z}$ ، $z.\overline{z}$

الحل

$$\overline{z}=-3-4i$$

$$z.\overline{z}=(-3+4i)(-3-4i)=9-12i+12i+16=25$$

(5.1) قسمة الاعداد المعقدة

اذا كان $z_1=x_1+iy_1$, $z_2=x_2+iy_2$ فأن عملية قسمة الاعداديين z_1/z_2 على النحو الآتي:

$$\frac{z_1}{z_2}=\frac{x_1+iy_1}{x_2+iy_2}=\frac{x_1+iy_1}{x_2+iy_2}\left(\frac{x_2-iy_2}{x_2-iy_2}\right)$$

$$=\frac{(x_1x_2+y_1y_2)+(x_2y_1-x_1y_2)i}{x_2x_2-ix_2y_2+ix_2y_2-y_2y_2i^2}=\frac{x_1x_2+y_1y_2}{(x_2)^2+(y_2)^2}+i\,\frac{x_2y_1-x_1y_2}{(x_2)^2+(y_2)^2}$$

مثال (5) اذا كان $z_1=1+2i$, $z_2=-3+4i$ جد $\frac{z_1}{z_2}$

الحل

$$\frac{z_1}{z_2}=\frac{1+2i}{-3+4i}=\frac{1+2i}{-3+4i}\left(\frac{-3-4i}{-3-4i}\right)$$

$$=\frac{-3+8}{(-3)^2+(4)^2}+i\,\frac{-6-4}{(-3)^2+(4)^2}=\frac{1}{5}-\frac{2}{5}\,i$$

أعداد: د. ربيع دارغوث/ جامعة الموصل/ كلية التربية الأساسية / قسم الرياضيات