g.c.d

مثال: جد g.c.d للأعداد (12, 18, 30)

الحل:

$(12,18,30) = ((12,18),30)$

$18 = 12(1) + 6$

$12 = 6(2) + 0 \Longrightarrow g.c.d(12,18) = 6$

$\Longrightarrow ((12,18),30) = (6,30)$

$30 = 6(5) + 0$

$\therefore g.c.d(12,18,30) = 6$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(٥)

مثال: جد $g.c.d(252, 198)$ (a, b)

الحل:

$252 = 198(1) + 54$

$198 = 54(3) + 36$

$54 = 36(1) + 18$

$36 = 18(2) + 0$

$\therefore g.c.d(252, 198) = 18$

مثال: جد $g.c.d(232, 136)$

الحل

$232 = 136(1) + 96$

$136 = 96(1) + 40$

$96 = 40(2) + 16$

$40 = 16(2) + 8$

$16 = 8(2) + 0$

$\therefore g.c.d(232, 136) = 8$

مثال: جد $g.c.d(876543, 7)$

الحل

$876543 = 7(125220) + 3$

$7 = 3(2) + 1$

$3 = 1(3) + 0$

$\therefore g.c.d(876543, 7) = \underline{1}$

مثال: جد $g.c.d(3768, 1701)$

الحل

$3768 = 1701(2) + 366$

$1701 = 366(4) + 237$

$366 = 237(1) + 129$

$237 = 129(1) + 108$

$129 = 108(1) + 21$

$108 = 21(5) + 3$

$21 = 3(7) + 0 \implies g.c.d(3768, 1701) = 3$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

نظرية الإسناد

القاسم المشترك الأعظم

تعريف: إذا كان a, b أعداد صحيحة يقال عن عدد صحيح موجب d بأنه قاسم مشترك أعظم إذا كانت $d|b$ و $d|a$ ويرمز له $d = g.c.d(a,b)$

مثال: جد القاسم المشترك الأعظم للعددين $12, 18$

$12: 1, 2, 3, 4, \underline{6}, 12$

$18: 1, 2, 3, \underline{6}, 9, 18$

$\therefore g.c.d(12,18) = 6$

مثال: جد القاسم المشترك الأعظم للأعداد $21, 14, 91$

$21: 1, 3, 7, 21$

$14, 1, 2, 7, 14$

$91: 1, 7, 13, 91$

$\Rightarrow g.c.d(21,14,91) = 7$

مبرهنة: إذا كان a, b عددين صحيحين غير صفريين وكان

$$a = b \cdot q_1 + r_1 \qquad 0 < r_1 < |b|$$
$$b = r_1 \cdot q_2 + r_2 \qquad 0 \le r_2 < r_1$$
$$r_1 = r_2 \cdot q_3 + r_3 \qquad 0 \le r_3 < r_2$$
$$r_2 = r_3 \cdot q_4 + r_4 \qquad 0 \le r_4 < r_3$$
$$\vdots$$
$$r_{n-2} = r_{n-1} q_n + r_n$$
$$r_{n-1} = r_n q_{n+1} + 0$$

فإن $r_n = g.c.d(a,b)$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

خوارزمية القسمة.

نظرية: ليكن a, b أعداد صحيحة و $b \neq 0$، إذن يوجد عددان صحيحان r, q بحيث أن

$$a = bq + r \qquad 0 \leq r < |b|$$

الأعداد r, q تسمى حاصل القسمة والباقي من قسمة a على b على التوالي.

مثال: ① إذا كان $a = 57$ و $b = 5$ فإن

$$a = 11 \cdot b + 2 \qquad 0 \leq 2 < 5$$

$$\begin{array}{r|l} & 11 \\ \hline 5 & 57 \\ & 5 \\ \hline & 7 \\ & 5 \\ \hline & 2 \end{array}$$

② إذا كان $a = 81$ ، $b = -14$ فإن

$$a = b \cdot (-5) + 11$$

$$\begin{array}{r|l} & -5 \\ \hline -14 & 81 \\ & 70 \\ \hline & 11 \end{array}$$

H.W.

③ إذا كان $a = -273$ ، $b = 17$

④ إذا كان $a = 24$ ، $b = 6$ فإن

$$a = b(4) + 0$$

⑤ إذا كان $a = 53$ ، $b = 3$ فإن

$$a = b(17) + 2$$

⑥ إذا كان $a = 1999$ ، $b = 1000$

$$a = b(1) + 999$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner