

④

عض

مثال :- عبر العدد 167 بدلالة الأساس $b=7$

$$167 = 7(23) + 6$$

$$23 = 7(3) + 2$$

$$3 = 7(0) + 3$$

$$167 = 3 \times 7^2 + 2 \times 7^1 + 6 \times 7^0 \\ = (326)_7$$

H.W.

- ① عبر عن العدد 47 بدلالة الأساس $b=2$
② عبر عن العدد 1547 بدلالة الأساس $b=10$

(٨)

مثال ١- عبر عن العدد 41 بدلالة الأساس $b=2$
الحل:

$$\begin{aligned} 41 &= 2(20) + 1 \\ 20 &= 2(10) + 0 \\ 10 &= 2(5) + 0 \\ 5 &= 2(2) + 1 \\ 2 &= 2(1) + 0 \\ 1 &= 2(0) + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore 41 &= 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \\ &= (101001)_2 \end{aligned}$$

لاحظ أن $a \in \{0, 1\}$

مثال ٢- عبر عن العدد 21483 بدلالة الأساس $b=8$
الحل:

$$\begin{aligned} 21483 &= 8(2685) + 3 \\ 2685 &= 8(335) + 5 \\ 335 &= 8(41) + 7 \\ 41 &= 8(5) + 1 \\ 5 &= 8(0) + 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore 21483 &= 5 \times 8^4 + 1 \times 8^3 + 7 \times 8^2 + 5 \times 8^1 + 3 \times 8^0 \\ &= (51753)_8 \end{aligned}$$

مثال ٣- عبر عن العدد 31827 بدلالة الأساس $b=16$
الحل:

$$\begin{aligned} 31827 &= 16(1989) + 3 \\ 1989 &= 16(124) + 5 \\ 124 &= 16(7) + 12 \\ 7 &= 16(0) + 7 \end{aligned}$$

7 12 5 3

10 11 12 13 14 15
A B C D E F

$$\begin{aligned} \therefore 31827 &= 7 \times 16^3 + 12 \times 16^2 + 5 \times 16^1 + 3 \times 16^0 \\ &= (7C53)_{16} \end{aligned}$$

٥

٧

تطبيق آخر على خواص القسمة

تعريف: لكتابة $a \in \mathbb{Z}$ ، $b \geq 2$ يقال عن $(a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0)$ أنه تمثيل للعدد a بالنسبة للأساس b وتكتب $a = (a_n, a_{n-1}, \dots, a_0)_b$ إذا وجد $n \geq 0$ ، $a = \sum_{i=0}^n a_i b^i$ حيث $a_i \in \{0, 1, \dots, b-1\}$ تسمى a_i أرقام العدد a

إذا كانت $b=2$ يسمى التمثيل الثنائي (Binary Representation) والذي يستخدم في الحاسبات ويكون $a_i \in \{0, 1\}$

إذا كانت $b=3$ يسمى التمثيل الثلاثي (Ternary Representation) ويكون $a_i \in \{0, 1, 2\}$

إذا كانت $b=8$ يسمى التمثيل الثماني (Octal Representation) وإذا كانت $b=10$ يسمى التمثيل العشري (Decimal Representation) ويكون $a_i \in \{0, 1, 2, 3, \dots, 9\}$

وإذا كانت $b=16$ يسمى التمثيل الست عشري (Hexadecimal Representation) والذي يستخدم في علوم الحاسوب ويكون $a_i \in \{0, 1, 2, \dots, 15\}$ وتستبدل الأعداد 10, 11, 12, 13, 14, 15 بالحروف A, B, C, D, E, F على التوالي.

وإذا كانت $b=60$ يسمى التمثيل الستيني الذي استخدمه البابليون ويكون $a_i \in \{0, 1, 2, \dots, 59\}$

مبرهنة: إذا كانت a عدداً صحيحاً موجباً وكانت $b \in \mathbb{Z}$ ، $b > 1$ فيمكن التعبير عن a بطريقة وحيدة على الشكل $a = a_n b^n + a_{n-1} b^{n-1} + \dots + a_1 b + a_0$ حيث $a_n > 0$ ، $a_i \in \{0, 1, 2, \dots, b-1\}$