

(١٢)

مثال :- هل 373 عدد أولي

الحل :- بما أن $19 < \sqrt{373} < 20$

∴ الأعداد الأولية الأقل من أو تساوي $\sqrt{373}$ هي

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17

الآن :-

$$373 = 2(186) + 1$$

$$373 = 3(124) + 1$$

$$373 = 5(74) + 3$$

$$373 = 7(53) + 2$$

$$373 = 11(33) + 10$$

$$373 = 13(28) + 9$$

$$373 = 17(21) + 16$$

∴ العدد 373 لا يقبل القسمة على أي من 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17

∴ العدد 373 عدد أولي

تعريف :- يقال عن عددين طبيعيين غير صفريين أنهما أوليان نسبياً إذا كان قاسمهما المشترك لأصغر يساوي

1

مثال :- ① 5, 2 أوليان نسبياً لأن $\text{g.c.d}(2, 5) = 1$

② 6, 11 أوليان نسبياً لأن $\text{g.c.d}(6, 11) = 1$

③ 8, 15 أوليان نسبياً لأن $\text{g.c.d}(8, 15) = 1$

نتيجة 1: - لكل عدد مؤلف n قاسم P بحيث $P < n$

نتيجة 2: - إذا لم يكن للعدد $n > 1$ قاسماً أولياً أقل أو يساوي $\sqrt{n}$ فإن n عدد أولي

$$\begin{array}{r} 3 \\ 128 \\ 96 \\ 64 \\ 48 \\ 32 \\ 24 \\ 16 \\ 12 \\ 8 \\ 6 \\ 4 \\ 3 \end{array}$$

مثال: أكتب 257 عدد أولي

$$17 < \sqrt{257} < 16$$

∴ الأعداد الأولية الأقل عن $\sqrt{257}$ هي

$$2, 3, 5, 7, 11, 13$$

الآن:

$$a < b$$

$$257 = 2(128) + 1$$

$$257 = 3(85) + 2$$

$$257 = 5(51) + 2$$

$$257 = 7(36) + 5$$

$$257 = 11(23) + 4$$

$$257 = 13(19) + 10$$

∴ العدد 257 لا يقبل القسمة على أي من $2, 3, 5, 7, 11, 13$

∴ 257 هو عدد أولي .

(٧)

(١٠)

الأعداد الأولية

تعريف: يقال عن عدد $p \in \mathbb{N}$ أنه أولي إذا كان $p > 1$ ولا يقبل القسمة إلا على p و 1 فقط.

ويقال عن عدد $q \in \mathbb{Z}$ $1 < q$ أنه عدد مؤلف إذا كان q عدد غير أولي.

مثال: ⑤ - $2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, \dots$ أعداد أولية بينما 6 عدد مؤلف.

⑥ $51 + 2$ عدد مؤلف لأنه يقبل القسمة على 2
 $51 + 2 = 120 + 2 = 122 = 2(61)$

⑦ $51 + 3$ عدد مؤلف لأنه يقبل القسمة على 3
 $51 + 3 = 120 + 3 = 123 = 3(41)$

ملاحظة: كل الأعداد الأولية فردية عدا 2 عدد أولي زوجي.

الترتيب الطبيعي للأعداد الأولية هو:
 $p_1 = 2, p_2 = 3, p_3 = 5, p_4 = 7, \dots, p_n =$
 يمثل p_n العدد الأولي n في الترتيب الطبيعي.

مبرهنة: ① كل عدد صحيح أكبر من الواحد يقبل القسمة على عدد زوجي.

② مجموعة الأعداد الأولية لا نهائية.