$$p(x \geq 3)$$
$$= 1 - p(x < 3)$$
$$= 1 - [p(x = 0) + p(x = 1) + p(x = 2)]$$
$$= 1 - [0.135 + 0.27 + 0.27] = 1 - [0.675] = 0.325$$

س3/

$$p_x(x) = p(X = x) = \begin{cases} \frac{2^x e^{-2}}{x!} & , \quad x = 0,1,2,3,... \\ 0 & , \quad o.w. \end{cases}$$

$$p(x \leq 2) =$$
$$= p(x = 0) + p(x = 1) + p(x = 2)$$
$$= 0.135 + 0.27 + 0.27 = 0.675$$

واجبات +الحل المحاضرة السادسة اسئلة محلولة

س1/ اذا كان Z متغير عشوائي يتبع التوزيع الطبيعي المعياري فباستخدام جدول(1) الخاص بالتوزيع الطبيعي المعياري احسب $p(0 < Z < 2)$ ؟.

الحل

$$p(0 < Z < 2) = 0.4772$$

س2/ اذا كان Z متغير عشوائي يتبع التوزيع الطبيعي المعياري فباستخدام جدول(1) الخاص بالتوزيع الطبيعي المعياري احسب $p(Z > 2.5)$ ؟.

الحل: باستخدام جدول(1) الخاص بالتوزيع الطبيعي المعياري نجد ان

$$p(Z > 2.5) = 0.5 - p(0 < Z < 2.5) = 0.5 - 0.4938 = 0.0062$$

س3/ اذا كان Z **متغير عشوائي يتبع التوزيع الطبيعي المعياري فباستخدام جدول(1) الخاص بالتوزيع الطبيعي المعياري احسب** $p(|Z|<1.5)$ **؟.**

الحل: باستخدام جدول(1) الخاص بالتوزيع الطبيعي المعياري نجد ان

$$p(|Z|<1.5)=p(-1.5<Z<1.5)=2p(0<Z<1.5)$$
$$=2(0.4332)=0.8664$$

س4/اذا علمت ان درجات طلبة الصف الثاني في مادة الاحصاء المتقدم تتوزع حسب التوزيع الطبيعي بمتوسط(معدل) $\mu=500$ **درجة وانحراف معياري** $\sigma=100$ **درجة . فما نسبة الطلبة الذين يتحصلون على درجة اعلى من 640 درجة ؟.**

الحل:

اذا كان x **متغير عشوائي يمثل درجات الطلبة في ذلك الامتحان فان الاحتمال المطلوب هو** $p(x>640)$ **وبالتالي فأننا سنحول هذا المتغير الى متغير** Z **طبيعي معياري حسب المعادلة:** $Z=\frac{x-\mu}{\sigma}$ **واستخدام جدول(1) الخاص بالتوزيع الطبيعي المعياري نجد ان:**

$$p(x>640)=p(\tfrac{x-500}{100}>\tfrac{640-500}{100})=p(Z>1.40)$$
$$=0.5-p(0<Z<1.40)=0.5-0.4192=0.0808$$

<u>واجبات +الحل المحاضرة السابعة</u>

<u>س1/</u> اذا كان $\chi^2_{(n)}$ **ترمز لمغير عشوائي يتبع توزيع مربع كاي بدرجات حرية** n **فباستخدام جدول (2) الخاص بتوزيع مربع كاي جد كلا مما يلي:**

ث- $\chi^2_{0.99,4}$

ج- $\chi^2_{0.05,15}$

ح- $\chi^2_{0.90,20}$

<u>س2/</u> اذا كان $\chi^2_{(n)}$ **ترمز لمغير عشوائي يتبع توزيع مربع كاي بدرجات حرية** n **فباستخدام جدول (2) الخاص بتوزيع مربع كاي جد كلا مما يلي:**

ج- $p(\chi^2_{(10)} < 18.31)$

ح- $p(\chi^2_{(26)} < -6)$

خ- $p(\chi^2_{(24)} \geq 42.98)$

د- $p(7.63 \leq \chi^2_{(19)} \leq 30.14)$

س1/ الحل: أ- من جدول (2) الخاص بتوزيع مربع كاي وبالنظر الى الصف n عندما $n=4$ وتقاطعها مع العمود $\alpha = 0.99$ نحصل على القيمة الجدولية المطلوبة وكما يلي:

$$\chi^2_{0.99,4} = 0.279$$

ب - من جدول (2) الخاص بتوزيع مربع كاي وبالنظر الى الصف n عندما $n=15$ وتقاطعها مع العمود $\alpha = 0.05$ نحصل على القيمة الجدولية المطلوبة وكما يلي:

$$\chi^2_{0.05,15} = 25$$

ت - من جدول (2) الخاص بتوزيع مربع كاي وبالنظر الى الصف n عندما $n=20$ وتقاطعها مع العمود $\alpha = 0.90$ نحصل على القيمة الجدولية المطلوبة وكما يلي:

$$\chi^2_{0.90,20} = 12.44$$

س2/ الحل: $p(\chi^2_{(10)} < 18.31)$

أ- من جدول (2) الخاص بتوزيع مربع كاي والذي يعطي القيم المئوية

$$p(\chi^2_{(10)} < 18.31) = 1 - p(\chi^2_{(10)} \geq 18.31)$$

وبالنظر الى الصف n عندما $n=10$ نجد ان العدد 18.31 يقع في العمود $\alpha = 0.05$ وعليه فأن:

$$p(\chi^2_{(10)} < 18.31) = 1 - 0.05 = 0.95$$

ب -

$$p(\chi^2_{(26)} < -6) = 0$$

وذلك لان متغير مربع كاي ياخذ قيم غير سالبة.

ت – من جدول (2) الخاص بتوزيع مربع كاي نجد ان:

$$p(\chi^2_{(24)} \geq 42.98) = 0.01$$

ث – من جدول (2) الخاص بتوزيع مربع كاي نجد ان:

$$p(7.63 \leq \chi^2_{(19)} \leq 30.14)$$

$$p(7.63 \leq \chi^2_{(19)} \leq 30.14) = p(\chi^2_{(19)} \geq 7.63) - p(\chi^2_{(19)} \geq 30.14)$$

$$= 0.99 - 0.05 = 0.94$$

<u>واجبات المحاضرة الثامنة+الحل</u>

<u>س1/</u> باستخدام جدول(3) الخاص بتوزيع t وان درجة حرية $n = v$

جد كلا مما يلي:

ج- $t_{0.05,10}$

ح- $t_{0.025,12}$

خ- $t_{0.95,15}$

د- $t_{0.99,18}$

الحل:

ج- **من جدول (3) الخاص بتوزيع t وبتقاطع الصف الذي يمثل درجة الحرية** $n = v = 10$ **والعمود الذي يمثل قيمة** $\alpha = 0.05$ **وهو المساحة على الطرف الايمن للتوزيع ، نجد ان**

$$t_{0.05,10} = 1.812$$

ح- **من جدول (3) الخاص بتوزيع t وبتقاطع الصف الذي يمثل درجة الحرية** $n = v = 12$ **والعمود الذي يمثل قيمة** $\alpha = 0.025$ **وهو المساحة على الطرف الايمن للتوزيع ، نجد ان**

$$t_{0.025,12} = 2.179$$

خ- **بما ان** $t_{1-\alpha,n} = -t_{\alpha,n}$ **وان** $1 - \alpha = 0.95$ **أي ان**

$$1 - 0.95 = \alpha = 0.05$$

فان

$$t_{0.95,15}=-t_{0.05,15}=-1.753$$

د- بما ان $t_{1-\alpha,n}=-t_{\alpha,n}$ **وان** $1-\alpha=0.99$ **أي ان**

$$1-0.99=\alpha=0.01$$

فان

$$t_{0.99,18}=-t_{0.01,18}=-2.552$$

<u>واجبات المحاضرة التاسعة+الحل</u>

س1/ باستخدام جدول(4) الخاص بتوزيع F

جد كلا مما يلي:

ج- $f_{0.25,5,10}$

ح- $f_{0.1,8,10}$

خ- $f_{0.975,4,6}$

د- $f_{0.99,8,12}$

الحل:

ج- من جدول (4) الخاص بتوزيع f وبتقاطع الصف والعمود الذي يمثل درجات الحرية $n=10, m=5$ **عندما** $\alpha=0.25$ **وهو المساحة على الطرف الايمن للتوزيع ، نجد ان**

$$f_{0.25,5,10}=1.59$$

ح- من جدول (4) الخاص بتوزيع f وبتقاطع الصف والعمود الذي يمثل درجات الحرية $n=10, m=8$ **عندما** $\alpha=0.1$ **، وهو المساحة على الطرف الايمن للتوزيع ، نجد ان**

$$f_{0.1,8,10}=2.38$$

خ- حيث ان جدول (4) الخاص بتوزيع f يعطي القيم التي تقع على يمين التوزيع وعليه من العلاقة الاتية: $f_{1-\alpha,m,n}=\frac{1}{f_{\alpha,n,m}}$

وان $1-\alpha=0.975$ **أي ان**

$$1-0.975=\alpha,\Rightarrow \alpha=0.025$$

فان

$$f_{0.975,4,6}=\frac{1}{f_{0.025,6,4}}=\frac{1}{9.20}=0.1087$$

د- بصورة مشابهة للفرع ت اعلاه ، حيث ان جدول (4) الخاص بتوزيع f يعطي القيم التي تقع على يمين التوزيع وعليه من العلاقة الاتية:

$$f_{1-\alpha,m,n}=\frac{1}{f_{\alpha,n,m}}$$

وان $1-\alpha=0.99$ **أي ان**

$$1-0.99=\alpha,\Rightarrow \alpha=0.01$$

فان

$$f_{0.99,8,12}=\frac{1}{f_{0.01,12,8}}=\frac{1}{5.67}=0.1764$$

<u>واجبات المحاضرة العاشرة +الحل</u>

س1/ اذا كانت البيانات $3,5,2,6$ **تمثل مفردات مجتمع احصائي حجمه** $N=4$ **وتم اختيار عينة عشوائية حجمها** $n=3$ **فجد كلا مما يلي:**

1- التوقع والتباين للمجتمع،

2- التوقع لمتوسط العينة عندما تكون المعاينة مع الاعادة او بدون الاعادة

3- تباين متوسط العينة عندما يكون عندما تكون المعاينة مع الاعادة او بدون الاعادة.

الحل:

1- نحسب التوقع والتباين للمجتمع

$$\mu=\frac{\sum_{i=1}^{4}X_i}{N}=\frac{3+5+2+6}{4}=\frac{16}{4}=4$$

$$\sigma^2 = \tfrac{1}{N}\sum_{i=1}^{4}(X_i-\mu)^2$$
$$= \tfrac{1}{4}[(3-4)^2 + (5-4)^2 + (2-4)^2 + (6-4)^2]$$
$$= \tfrac{1}{4}[1+1+4+4] = \tfrac{10}{4} = 2.5$$

2- التوقع لمتوسط العينة عندما تكون المعاينة مع الاعادة او بدون الاعادة يحسب بالقانون:

$$\mu_{\bar{X}} = E(\bar{X}) = \mu = 4$$

3- تباين متوسط العينة عندما يكون عندما تكون المعاينة مع الاعادة

$$\sigma^2_{\bar{X}} = \frac{\sigma^2}{n} = \frac{2.5}{3} = 0.83$$

وسيكون تباين متوسط العينة عندما تكون المعاينة بدون الاعادة

$$\sigma^2_{\bar{X}} = \frac{\sigma^2}{n}\frac{(N-n)}{(N-1)} = \frac{2.5}{3}\frac{(4-3)}{(4-1)} = 0.27$$

س2/

اذا كان المتوسط والانحراف المعياري لمستويات مصل الكولسترول للأشخاص الذين اعمارهم ما بين 25 سنة و 34 سنة يساوي 199 و49 على التوالي أي ان $\mu_1 = 199$ وانحراف معياري يساوي $\sigma_1 = 49$، بينما الاشخاص الذين اعمارهم ما بين 20 سنة و 24 سنة يساوي 180 و 43 على التوالي أي ان $\mu_2 = 180$ وانحراف معياري يساوي $\sigma_2 = 43$ ، واختيرت عينتين عشوائيتين مستقلتين حجم كل منها 50 شخص من

هذين المجتمعين أي ان $m = n = 50$ ، فما احتمال ان يكون الفرق ما بين متوسط العينتين أكبر من او يساوي 25 ؟.

<u>الحل</u>: بفرض ان $\bar{X}$ تمثل متوسط مستويات مصل الكولسترول للأشخاص الذين اعمارهم ما بين 25 سنة و 34 سنة ،

وان $\bar{Y}$ تمثل متوسط مستويات مصل الكولسترول للأشخاص الذين اعمارهم ما بين 20 سنة و 24 سنة. وحيث ان حجم العينة كبير $m = n = 50$ وعليه من نظرية الغاية المركزية فأن توزيع المعاينة للفرق ما بين متوسطي العينتين $\bar{X}-\bar{Y}$ سيتوزع وفق التوزيع الطبيعي بمتوسط $\mu_1 - \mu_2 = 199 - 180 = 19$ وتباين

$$\sigma^2_{\bar{X}-\bar{Y}} = \frac{\sigma_1^2}{m} + \frac{\sigma_2^2}{n} = \frac{(49)^2}{50} + \frac{(43)^2}{50}$$

$$= \frac{2401}{50} + \frac{1849}{50}$$

$$= 48.02 + 36.98 = 85$$

وعليه فان

$$Z = \frac{(\bar{X}-\bar{Y}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\sigma^2_{\bar{X}-\bar{Y}}}} = \frac{(\bar{X}-\bar{Y}) - 19}{\sqrt{85}} = \frac{(\bar{X}-\bar{Y}) - 19}{9.2195} \sim N(0,1)$$

وبالتالي يمكن حساب الاحتمال المطلوب وباستخدام جدول (1) الخاص بالتوزيع الطبيعي المعياري وكما يلي:

$$p(\bar{X}-\bar{Y}\geq 25)=p\left(\frac{(\bar{X}-\bar{Y})-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\sigma^2_{\bar{X}-\bar{Y}}}}\geq\frac{25-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\sigma^2_{\bar{X}-\bar{Y}}}}\right)$$

$$=p\left(\frac{(\bar{X}-\bar{Y})-(19)}{\sqrt{85}}\geq\frac{25-(19)}{\sqrt{85}}\right)=p\left(Z\geq\frac{6}{9.2195}\right)=p(Z\geq 0.65)$$

$$=0.5-p(0\leq Z\leq 0.65)=0.5-0.2422=0.2578$$